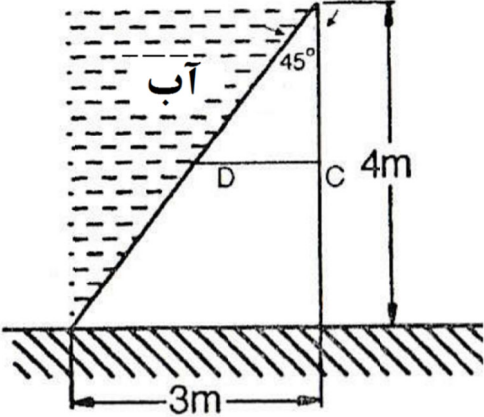
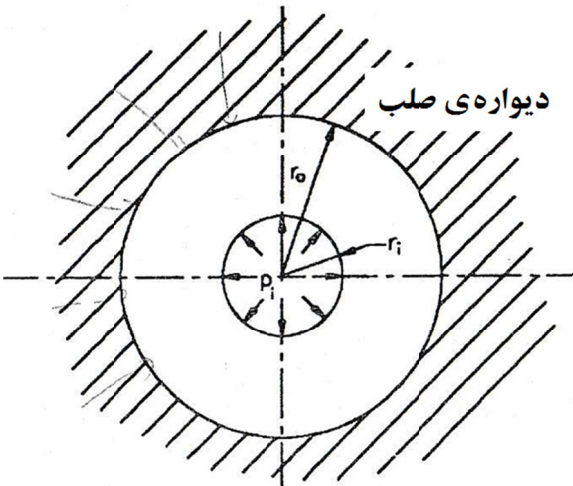
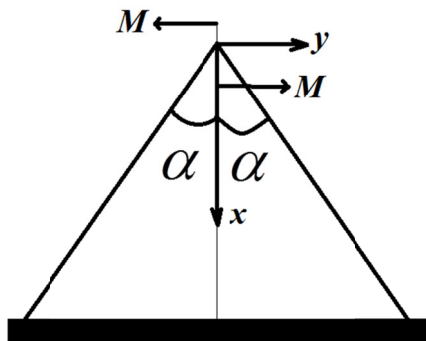
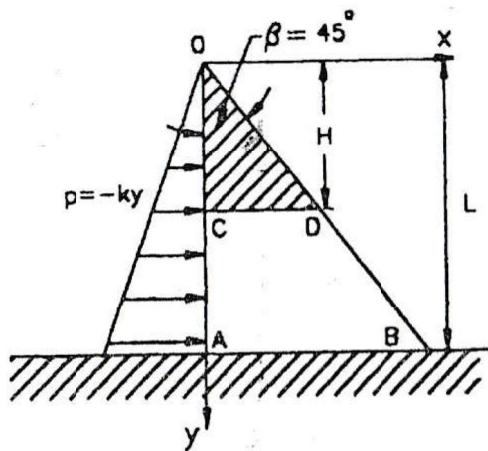
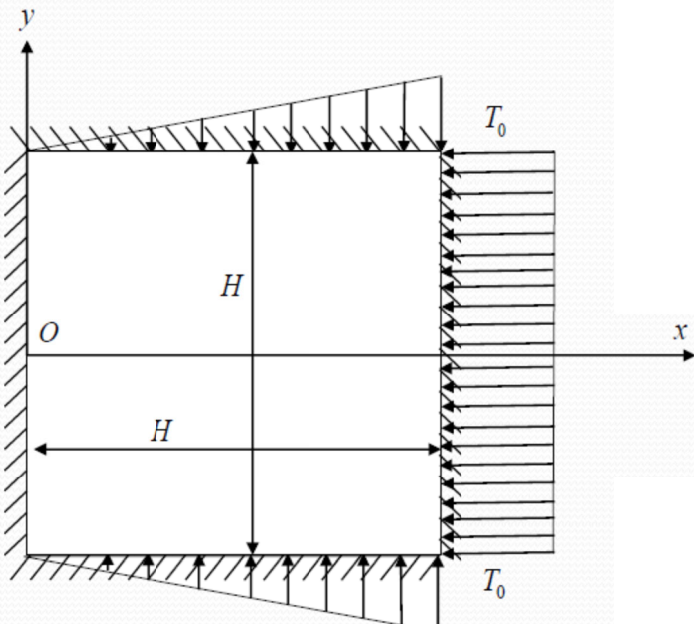


۱ یک سد بتنی کوچک مطابق شکل آگیری شده است. تنش‌ها را در مقطعی افقی که ۳ متر پایین‌تر از تاج قرار دارد، به دست آورید. وزن مخصوص آب و بتن را به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۳ کیلونیوتن بر متر مکعب در نظر بگیرید. نتایج را با فرمول‌های مقاومت مصالح مقایسه نمایید. 	۱
۲ استوانه طویل و جدار ضخیمی مطابق شکل در یک زمین صلب مدفون و تحت فشار داخلی و یکنواخت p_i قرار گرفته است. تنش‌ها و جابجایی‌ها را در استوانه برای برای نسبت شعاع داخلی به خارجی $0/4$ و نسبت پواسان یک سوم به دست آورید. 	۲
۳ نشان دهید که برای حالت تنش صفحه‌ای، وقتی نیروهای حجمی یا بدنی صفر هستند، معادله‌ی تعادل بر حسب مولفه‌های تغییر مکان u, v به فرم زیر است. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$	۳

۴	یک دیواره‌ی بتنی مطابق شکل با زاویه‌ی $\beta = 45^\circ$ در معرض فشار $p = -ky$ قرار گرفته است. شرایط کرنش صفحه‌ای برای مساله در نظر بگیرید. الف) شرایط مرزی تنش را در راستای وجه‌های OB, OA بر حسب تنش-های قائم و برشی بیان نمایید. ب) با در نظر گرفتن تابع تنش به فرم $\phi = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ و لحاظ کردن نیروهای بدنی، عبارتهایی برای تنش‌های قائم و برشی بیان کنید. ج) با فرض کردن المان مجزای OCD، نشان دهید که این المان در حالت تعادل است و کرنش‌ها را در مرکز مقطع CD تعیین کنید. نسبت پواسان را برابر $\frac{1}{6}$ و ماده را ایزوتروپیک لحاظ کنید. د) تنش‌ها را با استفاده از فرمول $\sigma = \frac{My}{I}$ تعیین نموده و این نتیجه را با نتایج حاصل از قسمت‌های ب و ج مقایسه نمایید. ذ) فرآیند بیان شده را برای یافتن مولفه‌های جابجایی بکار ببرید.
۵	گشتاور خمشی M به نوک گوه مطابق شکل وارد می‌شود. برای تابع تنش $\phi = \frac{M}{2} \cdot \frac{\sin 2\theta - 2\theta \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - 2\alpha \cos 2\alpha}$ نشان دهید که معادله‌ی بای هارمونیک را ارضاء می‌کند. همچنین مولفه‌های تنش را بیابید. میدان تنش در صفحه‌ی نیمه نامحدود را به دست آورید. $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$
۶	ورق نازک مربعی به ضلع a را در نظر گرفته برای تابع تنش $\phi = \frac{py^2}{6a^2}(3x^2 - y^2)$ میدان تنش ورق را به دست آورید و نتیجه را بر روی لبه‌های ورق رسم کنید. در این رابطه p بار گسترده‌ی یکنواخت بر واحد طول است. مبدا محورهای مختصات x, y را در گوشه‌ی پایینی و چپ ورق در نظر بگیرید.



۷	یک ورق نازک که هر چهار طرف آن گیردار است، تحت تاثیر گرادیان دمای نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. یک تابع تنش مناسب برای این مساله در نظر گرفته و تنش های حرارتی در ورق را به دست آورید. ورق از آلیاژ مس با مدول الاستیسیته ی ۱۵۰ گیگاپاسکال ساخته شده است، نسبت پواسون ۰/۳ و ضریب انبساط حرارتی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ می باشد، بیشینه مقدار تنش برشی در ورق را به دست آورید. طول یک ضلع ورق را ۵۰۰ میلی متر در نظر بگیرید.
	
۸	میله ای به شکل یک مخروط ناقص با زاویه ی راس β تحت تاثیر گشتاور پیچشی M_i قرار گرفته است. تنش های برشی ناشی از آن را در این میله به دست آورید. تابع تنش را به فرم $\phi = c \left[\cos \beta - \frac{1}{3} C \cos^3 \beta \right]$ در نظر بگیرید.
۹	استوانه ای جدار ضخیم به شعاع های داخلی و خارجی r_o, r_i را در نظر بگیرید. هنگامی که استوانه در معرض فشار خارجی یکنواخت p_o قرار دارد، تنش غشایی یا محیطی σ_o در شعاع داخلی دارای اندازه ی σ می باشد. نیاز است تا اندازه ی این تنش تا 0.8σ، با اعمال همزمان فشار داخلی یکنواخت p_i، کاهش داده شود، رابطه ی بین فشارهای داخلی و خارجی را تعیین کنید.
۱۰	نشان دهید که تابع تنش $\phi = k \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right)$ برای حل مسائل پیچش محورها با سطح مقطع بیضوی توخالی که توسط دو منحنی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$، $\frac{x^2}{(\lambda a)^2} + \frac{y^2}{(\lambda b)^2} = 1$ مرزبندی شده اند، قابل استفاده می باشد. در این صورت نشان دهید که کوپل پیچشی با عبارت $T = (1 - \lambda^4) \frac{\pi G \theta a^3 b^3}{a^2 + b^2}$ بیان می شود که در آن $\lambda < 1$ می باشد.

۱۱	اگر S_1, S_2, S_3 تنش‌های انحرافی و $S_1 > S_2 > S_3$ آنگاه: الف) آیا S_3 می‌تواند برابر صفر شود؟ ب) آیا J_2 می‌تواند منفی باشد؟ ج) آیا J_3 می‌تواند مثبت شود؟ توضیح دهید.
۱۲	اگر I'_1, I'_2, I'_3 پایاهاى کرنش باشند، نشان دهید رابطه‌های زیر برقرار هستند. الف) $\gamma_{oct} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (I_1'^2 - 3I_{23}')^{\frac{1}{2}}$ ب) $J_2' = \frac{1}{27} (2I_1'^3 - 9I_1'I_2' + 27I_3')$
۱۳	یک مکعب مستطیل آلومینیومی با ابعاد اولیه‌ی (برحسب میلی‌متر) $l_x = 2l_y = 3l_z = 450$ را در نظر بگیرید. سطوح این جسم تحت اثر تانسور تنش داده شده قرار گرفته است. با لحاظ نمودن مدول الاستیک و نسبت پواسن برابر ۷۵ گیگاپاسکال و $\nu = 0.3$ میزان تغییر قطر آن را محاسبه نمایید. $[\sigma] = \begin{bmatrix} 115 & 27 & 0 \\ 27 & 0 & -13 \\ 0 & -13 & 68 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}$
۱۴	نشان دهید که اگر یک تیر یک سر گیردار به عرض واحد و ارتفاع $2a$ چنان بارگذاری شود که بار بر واحد طول در فاصله‌ی x به صورت $W = qx$ باشد، تنش‌ها به فرم زیر حاصل می‌شوند. $\sigma_{xx} = \frac{q}{4a^4} x^3 y + \frac{q}{4a^2} \left(-2xy^3 + \frac{6}{5} a^2 xy \right), \quad \sigma_{yy} = \frac{q}{2} x + qx \left(\frac{y^3}{2a^3} - \frac{3y}{4a} \right)$ $\tau_{xy} = \frac{3qx^2}{8a^3} (a^2 - y^2) - \frac{q}{8a^3} (a^4 - y^4) + \frac{3q}{20a} (a^2 - y^2)$ حالت تنش در در انتهای آزاد بررسی نموده و اختلاف تنش برشی را تفسیر نمایید.
۱۵	تیر یک سرگیردار با ضخامت واحد، عمق $2H$ مطابق شکل در معرض یک توزیع بار q بر واحد طول قرار گرفته است. تابع تنش ابری به فرم زیر برای حل این مساله حدس زده شده است که در آن M گشتاور خمشی در هر مقطع می‌باشد. $I = \frac{2H^3}{3}$ و $\phi = \frac{M}{I} \left(\frac{y^3}{6} - \frac{H^2 y}{2} - \frac{H^3}{3} \right) - \frac{1}{I} \frac{d^2 M}{dx^2} \left(\frac{y^5}{60} - \frac{H^2 y^3}{30} + \frac{H^4 y}{60} \right)$ الف) نشان دهید که ϕ تابع تنش معتبری است و سپس مولفه‌های تنش را استخراج کنید. ب) مقادیر مولفه‌های تنش در نقطه‌ی $(0,0)$ با داشتن $q = 20 \frac{N}{mm}$, $L = 50 \text{ mm}$, $H = 25 \text{ mm}$ را محاسبه کنید. ج) نتایج را با نتایج حاصل از فرمول‌های تیر ساده در مقاومت مصالح مقایسه نمایید. تنش‌های اصلی و بیشینه تنش برشی (برش بیشینه) را تعیین کرده و اختلاف بین مقادیر حاصل از دو روش را تخمین بزنید.

